

Seminario de Estadística 1

Tarea 4

Soriano Flores Antonio

Septiembre 2019

- 1) Suponga que se tiene el siguiente modelo $X | \theta \sim \text{Bernoulli}(\theta)$. Se tiene además información inicial que el parámetro desconocido no puede ser menor a 0.5, por lo que se propone la siguiente distribución inicial

$$\theta \sim U(0.5, 1)$$

Se realiza el experimento y se observa la siguiente muestra:

$$\underline{x} = (1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$$

Con la información anterior responda lo siguiente:

- Utilizando el método de aproximación monte carlo (simular puntos de variables aleatorias uniformes y encontrar la proporción de puntos de bajo del area de la curva). Encontrar la densidad (incluida la constante de proporcionalidad) de $P(\theta | \underline{x})$.
 - Con la densidad anterior, encontrar (nuevamente utilizando aproximación montecarlo) $P(\theta > 0.8 | \underline{x})$
 - Finalmente encontrar el estimador puntual bayesiano para θ utilizando una función de pérdida cuadrática. (Resuelva la integral nuevamente utilizando el metodo montecarlo)
- 2) El numero de accidentes automovilísticos durante un mes en una esquina se modela mediante una densidad Poisson de parámetro λ . Entonces:

$$X | \lambda \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

Donde X modela el numero de accidentes en el mes. Se sabe que la tasa de accidente λ debe ser superior 5 e inferior a 15 accidentes por mes, por lo que se propone la siguiente distribución inicial para λ .

$$\lambda \sim U(5, 15)$$

Durante 2 meses se contabilizaron los accidentes en el cruce obteniendo la siguiente muestra:

$$\underline{x} = (8, 13)$$

- Utilizando el metodo de muestreo por importancia, encuentre la densidad de $P(\lambda | \underline{x})$, es decir, encuentre la constante de proporcionalidad correspondiente. Para resolver este problema utilice la aproximación normal hacia la distribución final y utilice el siguiente cambio de variable para poder tener un soporte igual al de la normal que se utilizará como aproximación:

$$\phi = \log \left(\frac{\lambda - 5}{15 - \lambda} \right)$$

- Con la densidad anterior, encontrar el estimador puntual bayesiano para λ bajo la perdida cuadrática. (Utilizando metodo montecarlo)